



Krachteninleiding wanden in kolommen

# Gevangen tussen voorwaarden

*Veelvuldig worden woonfuncties gecombineerd met commerciële functies en parkeren. Vaak leidt dat tot een complexe krachtsafdracht, omdat de draagstructuur vanuit de woonlagen niet kan worden doorgezet in de onderliggende lagen. Voorwaarden vanuit bruikbaarheid staan in die gevallen niet zelden op gespannen voet met constructieve eisen uit de norm. Aan de constructeur de taak mee te denken over een geïntegreerd gebouwontwerp. Appartementengebouw 'Toor' in Alphen aan den Rijn is daarvan een treffend voorbeeld (foto 1).*

Langs het spoor in Alphen aan den Rijn lag vroeger het hotel Toor. Op de locatie van dit inmiddels gesloopte hotel komt een appartementengebouw met 145 sociale huurappartementen in negen lagen, boven op een parkeerlaag en een laag winkels en bergingen.

Aangezien het project in een moeilijke tijd is ontworpen, staat het financieel behoorlijk onder druk. Door problemen in de ondergrond, met name met kabels en leidingen, bleek de investering inclusief een parkeerkelder te groot. Daarom is een ontwerp aanpassing gedaan. Hierbij is het parkeren niet meer in de kelder voorzien, maar is verplaatst naar de eerste verdieping.

ing. Bart van der Leij RC,  
ing. Rolf Willemse PMSE RC  
Geelhoed Engineering b.v.

Dit plan bleek wel haalbaar en is verder uitgewerkt. In de parkeergarage is een groot deel van de parkeerplaatsen onder een niet-haakse hoek met de rijrichting ontworpen om een maximaal aantal plaatsen binnen de regelgeving voor parkeergarages te kunnen realiseren (fig. 2). Op de parkeergarage bevindt zich een daktuin. Boven deze daktuin bevinden zich galerijen die de woningen ontsluiten.

## Constructie

De constructie van de appartementen is vrij traditioneel (fig. 3). De verdiepingvloeren zijn opgebouwd uit breedplaten en hebben een totale dikte van 280 mm. De woningscheidende wanden zijn uitgevoerd in beton en zijn 250 mm dik. Onder de tweede verdieping bevindt zich de parkeerlaag. Hier sluiten de wanden aan op in het werk gestorte, rechthoekige betonkolommen in de parkeerlaag. In de vloer van de daktuin zijn verzwaaarde stroken aangebracht. De parkeervloer is ook weer een breedplaatvloer met een dikte van 280 mm op verzwaaarde stroken van  $1200 \times 500 \text{ mm}^2$ . Deze dragen op de ronde betonkolommen van de commerciële laag.

In enkele geveldelen bevinden zich betonwanden met een dikte van 200 mm voorzien van sparingen. De galerijen zijn uitgevoerd in prefab beton.

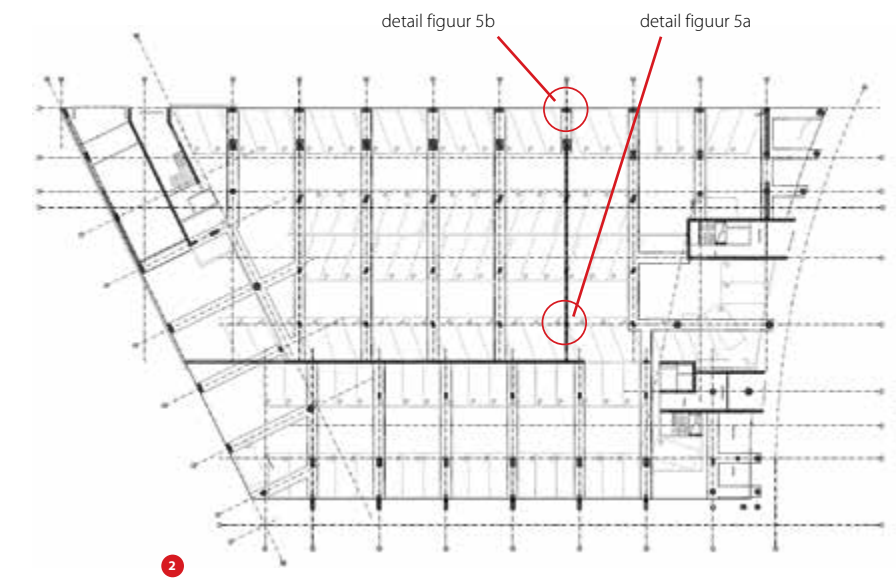
Gezien de wandenstructuur van de appartementen lag het toepassen van een betonconstructie voor de hand. Er is nog overwogen de wanden uit te voeren in kalkzandsteen. Aangezien dit zou leiden tot dermate hoge liggers of stroken onder de woonlagen, bleek dit geen haalbare optie te zijn. Een gebouw volledig opgebouwd uit prefab beton werd door de aannemer niet gewenst.

## Problematiek

De constructieve problematiek ontstond met name na de optimalisatie waarbij het parkeren van de kelder werd overgeheveld naar de eerste verdieping. Doordat onder de tweede verdieping veel installatieleidingen moesten worden versleept, was er – behalve ter plaatse van de daktuin – geen ruimte voor balken of verzwaaarde stroken. Het overbrengen van de krachten vanuit de woningscheidende betonwanden (wandliggers) van de bovenbouw naar kolommen in de onderbouw werd hiermee bemoeilijkt.

Bovendien moesten vanuit de kleine beschikbare ruimte de rechthoekige kolommen op de parkeerlaag worden geroeteerd om de parkeervakken te optimaliseren (fig. 5a). Dit bemoeilijkt de krachteninleiding vanuit de betonwanden in de kolommen. Bovendien moesten de kolommen geometrisch worden geminimaliseerd, ook weer om een maximaal aantal parkeerplaatsen te verkrijgen. Dit leidde tot hoge wapeningspercentages en dito las- en verankeringslengten.

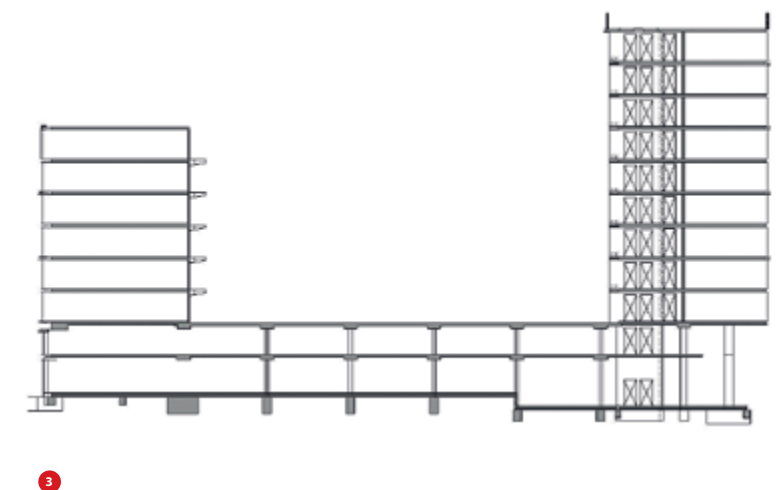
- 1 Appartementengebouw 'Toor' in aanbouw
- 2 Plattegrond parkeerlaag
- 3 Dwarsdoorsnede



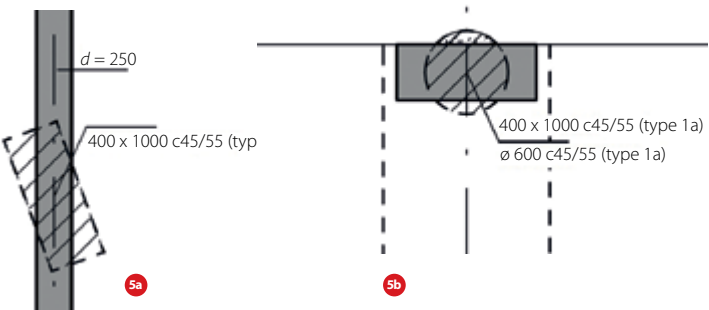
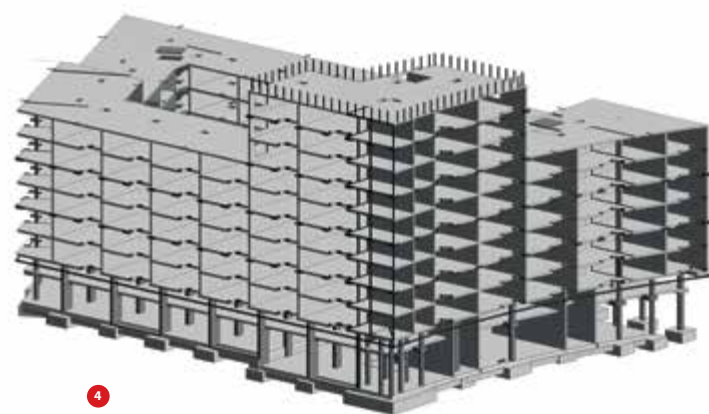
## Krachtsafdracht vanuit wanden naar kolommen

In appartementengebouwen zoals deze, met commerciële ruimten en in dit geval zelfs een parkeerlaag in de plint, worden in de onderbouw grote kolomvrije ruimten gevraagd en worden de mogelijke kolomposities bepaald door de indeling van de parkeerplaatsen. Om deze reden is in de onderbouw veelal sprake van hoge kolomlasten en dito in te leiden krachten.

Om toe te lichten hoe hieraan kan worden gerekend, wordt voor één detail de inleiding van de belasting beschreven. Het gaat hierbij om een betonnen wand haaks op een penant in de gevel. Hierbij is de penant  $90^\circ$  gedraaid ten opzichte van de langas van de wand (fig. 5b).







4 Betonconstructie in BIM-model  
5 (a) Wanden op schuingeplaatste kolommen; (b) gevelkolom

In formulevorm geldt voor de beide genoemde weerstands-aandelen:

$$N_{Rd} = N_{c,Rd} + N_{s,Rd} \quad (1)$$

Omdat de axiale vervorming van het staal en het beton gelijk zijn, wordt de verdeling van het weerstands-aandeel van beide bepaald door de verschillen in rekstijfheid.

Vergelijking (1) gaat dan over in:

$$N_{Rd} = N_{c,Rd} (1 + n\rho) \quad (2)$$

Hierin is  $\rho$  de wapeningsverhouding en  $n$  de verhouding tussen de E-moduli van het wapeningsstaal en het beton.

$$n = \frac{E_s}{E_{cm}} \quad (3)$$

Vanwege de hoge krachten in de verticaal dragende elementen wordt in dergelijke gevallen voor deze elementen doorgaans een hogere betonsterkteklasse gekozen dan voor de horizontaal dragende elementen. Daar waar horizontale en verticale elementen elkaar kruisen, kan dit – ten gevolge van het inleiden van verticale krachten uit de bovenbouw – leiden tot het plaatselijk toepassen van een hogere betonsterkteklasse voor deze horizontale elementen.

Stel de verdikte vloerstrook (fig. 6) wordt uitgevoerd in C30/37. De wijze van spreiden is weergegeven in figuur 7. Dan volgt overeenkomstig NEN-EN 1992-1-1 artikel 6.7 voor bepaling van de verhoogde betondrukspanning:

$$h \geq (b_2 - b_1) \rightarrow 475 = b_2 - 250 \rightarrow b_2 = 725 \text{ mm} < 1000 \text{ mm} \rightarrow$$

→ dus voldoet.

$$b_2 = \frac{725}{250} = 2,9b_1 < 3,0b_1 \rightarrow \text{dus voldoet.}$$

$$\text{Dan volgt: } \sqrt{\frac{A_{cl}}{A_{c0}}} = \sqrt{2,9} = 1,7$$

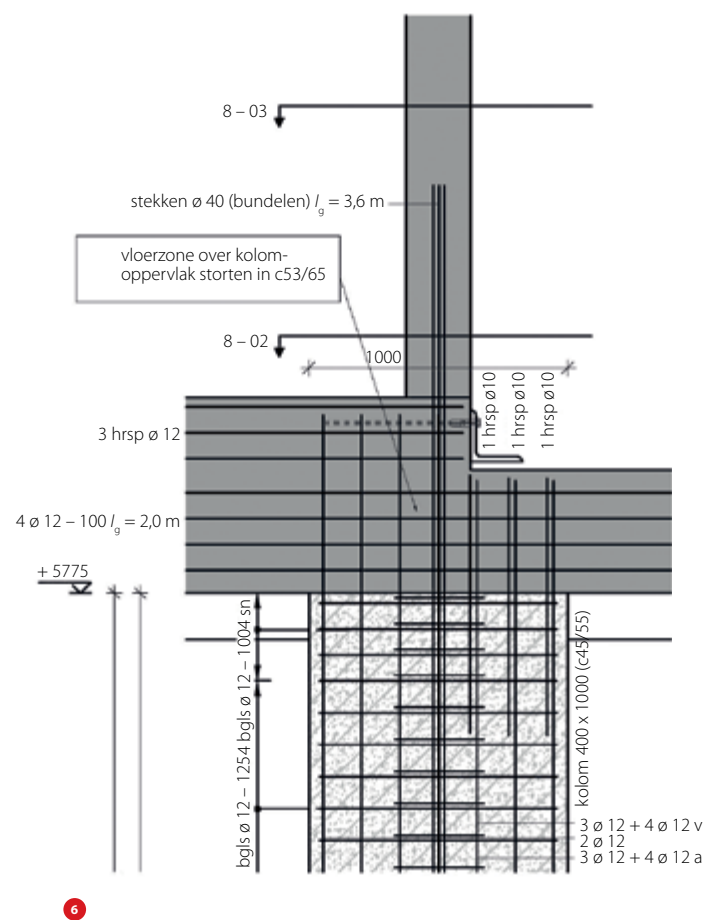
$$\text{zodat: } f_{u,cd} = 1,7 f_{cd} = 1,7 \cdot 20 = 34 \text{ N/mm}^2$$

Het maximale betonaandeel in de weerstand  $N_{Rd}$  bedraagt dan:

$$N_{c,Rd} = f_{u,cd} A_{c0} = 34 \cdot 250 \cdot 400 \cdot 10^{-3} = 3400 \text{ kN}$$

De wapeningsverhouding volgt dan uit (2), zodat:

$$N_{Rd} = N_{Ed} = N_{c,Rd} (1 + n\rho) \rightarrow 5053 = 3400 \left( 1 + \frac{2,0 \cdot 10^5}{33 \cdot 10^3} \rho \right)$$



6

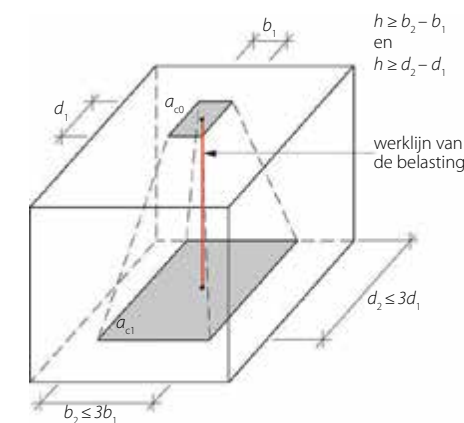
Deze wapeningsverhouding levert in de gemeenschappelijke doorsnede van  $250 \times 400 \text{ mm}^2$  een omvangrijk benodigd wapeningsoppervlak op van  $8022 \text{ mm}^2$ .

#### Wijze van belasten

Bij het berekenen van het benodigd wapeningsoppervlak is nog geen rekening gehouden met de wijze van belasten. Het oppervlak is blootgesteld aan een centrische belasting. In geval van een centrische belasting of een axiale drukkracht met een geringe excentriciteit leidt een breukrek van 3,5‰ tot een overschatting van het draagvermogen. Veelal wordt de breukstuk als materiaalconstante gezien en is daarmee alleen afhankelijk van de betonsterkteklasse. Aan de hand van onderzoeken verricht door Chambaud [2], Hognestad c.s. [3 en 4] en Prentis [5] wordt aangetoond dat de maximale breukrek in betonconstructies niet alleen afhankelijk is van de betonsterkteklasse, maar ook van de wijze van belasten, de vorm van de doorsnede en de hoeveelheid en kwaliteit van de toegepaste wapening.

Om deze reden werd reeds in de VB'74/84 onderscheid gemaakt tussen doorsneden belast met een kleine axiale drukkracht en doorsneden belast met een grote axiale drukkracht. In dit laatste geval werd de druksterkte van het beton met 25% verlaagd. In de VBC'95 werd voor alle situaties uitgegaan van

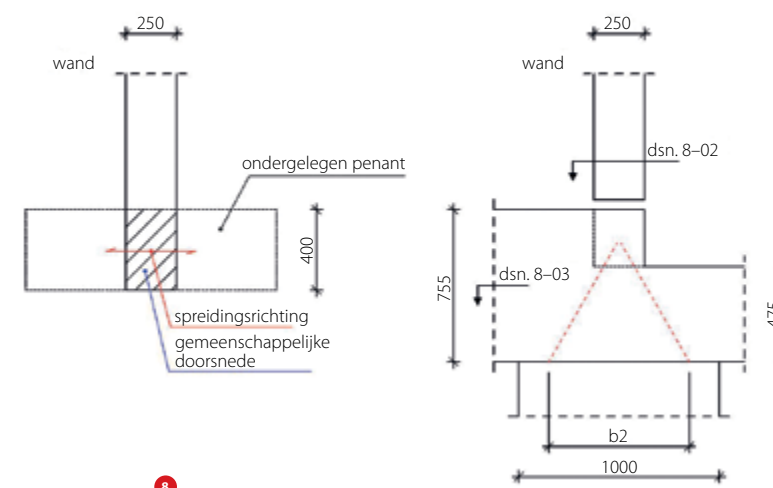
6 Detaillering bij aansluiting prefab wand op onderliggende kolom  
7 Krachtsinleiding in de vloerstrook [1]  
8 Schematisering krachtsinleiding wand in kolom



7

een breukrek van 3,5‰. Hierbij werd een minimale excentriciteit geëist van  $1/10 h$ , zodat aan hetzelfde voorgeschreven veiligheidsniveau werd voldaan als onder de VB'74/84. Ook in de huidige Eurocode 2 (NEN-EN 1992-1-1) wordt in alle situaties uitgegaan van 3,5‰. Bedraagt de excentriciteit minder dan  $1/10 h$ , mag volgens artikel 6.1(5) de gemiddelde rek in de doorsnede niet meer bedragen dan 1,75‰. Door nu minimaal een excentriciteit van  $1/10 h$  in rekening te brengen, hoeven achteraf de optredende rekken niet te worden gecontroleerd.

Rekening houdend met lastspreiding en een minimale excentriciteit van  $1/10 h$  bedraagt – na het verhogen van de betonsterkteklasse van de verdikte vloerstrook naar C35/45 – het benodigde wapeningsoppervlak  $6292 \text{ mm}^2$  in plaats van het eerder berekende wapeningsoppervlak van  $8022 \text{ mm}^2$ .



8

In de gemeenschappelijke doorsnede van  $250 \times 400 \text{ mm}^2$  kan dan worden volstaan met de toepassing van twee wapeningsbundels, elk bestaande uit drie staven  $\text{Ø}40$ . Aan de zijde van het gemeenschappelijke oppervlak van  $250 \times 400 \text{ mm}^2$  waar de maximale druk optreedt – dat wil zeggen de meest gedrukte zijde ten gevolge van de axiale drukkracht in combinatie met het buigend moment veroorzaakt door de excentriciteit van  $1/10 h$  – bedraagt de opgenomen belasting in de wapening  $1368 \text{ kN}$ . Aan de andere zijde van dit gemeenschappelijke oppervlak – dus waar de minimale druk optreedt – bedraagt deze belasting  $578 \text{ kN}$ . In totaal neemt het staal dus  $1368 + 578 = 1946 \text{ kN}$  op. Omdat de totale in te leiden belasting  $N_{Ed} = 5053 \text{ kN}$  bedraagt, neemt het beton het restant van  $3107 \text{ kN}$  op.

Ondergelegen penant

In de ondergelegen penant met een doorsnede van  $400 \times 1000 \text{ mm}^2$  en uitgevoerd in een betonsterkteklasse C45/55 is een wapeningsconfiguratie aanwezig van  $6\text{Ø}12$  per zijde, ofwel  $1357 \text{ mm}^2$ . Deze wapeningshoeveelheid is gebaseerd op het benodigde minimum overeenkomstig NEN-EN 1992-1-1 artikel 9.5.2(2).

De wapeningsverhouding in de penant bedraagt dan:

$$\rho = \frac{1357}{400 \cdot 1000} = 0,003393$$

Dan volgt:

$$\sigma_{N_{Ed}} = \frac{N_{Ed}}{A_c} = \frac{5053}{400} = 12,6 \text{ N/mm}^2 < f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 30 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{C45/55})$$

$$A_{s,min} = \max \left[ \frac{0,10 N_{Ed}}{f_{yd}}, 0,002 A_c \right] \rightarrow A_{s,min} = \frac{0,10 N_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{0,10 \cdot 5053 \cdot 10^3}{435} = 1162 \text{ mm}^2 \rightarrow$$

→ toepassen:  $6\text{Ø}12$  v/a

Uit (2) volgt nu:

$$N_{Rd} = N_{Ed} = N_{c,Rd} (1 + n\rho) \rightarrow 5053 = N_{c,Rd} \left( 1 + \frac{2,0 \cdot 10^5}{36000} \cdot 0,003393 \right)$$

→  $N_{c,Rd} = 4955 \text{ kN}$

Het betonaandeel van de penant in de opname van  $N_{Ed} = 5053 \text{ kN}$  bedraagt bij de gegeven wapening van  $6\text{Ø}12$  v/a dus  $4955 \text{ kN}$ , zodat voor de bijdrage van de wapening in de penant geldt:

$$N_{s,Rd} = 5053 - 4955 = 98 \text{ kN}$$

Dit betekent dat over de dikte van de vloerstrook een belasting van  $N_s = 4955 - 3107 = 1848 \text{ kN}$  moet worden overgedragen

vanuit het wapeningsstaal  $2 \times 3\text{Ø}40$  op het beton van de ondergelegen penant. Het resterende deel van  $N_{s,Rd} = 98 \text{ kN}$  wordt middels een overlap van staal op staal overgedragen.

Er geldt – geredeneerd vanuit de wapening – uiteraard ook:  $1946 - 1848 = 98 \text{ kN}$ .

De belasting van  $1848 \text{ kN}$  wordt geacht in dezelfde verhouding tussen de beide wapeningsbundels te worden overgedragen op het beton als de voorgaand aangegeven verhouding tussen de drukkrachten aan de maximaal en minimaal gedrukte zijde.

Aan de maximaal gedrukte zijde geldt dan:

$$\Delta N_s = \frac{1368}{1368 + 578} \cdot 1848 = 1299 \text{ kN}$$

Benodigde verankeringslengten

Voor de benodigde verankeringslengten is  $\Delta N_s$  aan de maximaal gedrukte zijde maatgevend. De bijbehorende over te dragen staalspanning  $\Delta\sigma_s$  in de bundel  $3\text{Ø}40$  bedraagt dan:

$$\Delta\sigma_s = \frac{1299 \cdot 10^3}{3770} = 344,6 \text{ N/mm}^2$$

De benodigde lengte om  $1299 \text{ kN}$  over te dragen bij een betonsterkteklasse C35/45 blijkt na berekening groter te zijn dan de beschikbare dikte van de vloerstrook. Ter verhoging van de aanhechtspanning is de betonsterkteklasse plaatselijk verhoogd naar C53/65.

Wederom rekening houdend met spreiding neemt het beton van de bovengelegen gemeenschappelijke doorsnede van  $250 \times 400 \text{ mm}^2$  in dat geval  $3963 \text{ kN}$  op in plaats van de voorgaand berekende  $3107 \text{ kN}$ .

Na berekening blijkt dan de belasting in de wapening aan de meest gedrukte zijde  $829,4 \text{ kN}$  te bedragen en aan de minst gedrukte zijde  $260,6 \text{ kN}$ .

Dit betekent dat vanuit het wapeningsstaal  $2 \times 3\text{Ø}40$  binnen de beschikbare dikte van de vloerstrook een belasting  $N_s = 4955 - 3963 = 992 \text{ kN}$  op het beton moet worden overgedragen in plaats van  $1848 \text{ kN}$ . Op analoge wijze als voorgaand volgt dan:

$$\Delta N_s = \frac{829,4}{829,4 + 260,6} \cdot 922 = 701,6 \text{ kN}$$

zodat:

$$\Delta\sigma_s = \frac{701,6 \cdot 10^3}{3770} = 186,1 \text{ N/mm}^2$$

voor de maatgevende wapeningsbundel  $3\text{Ø}40$ .

De benodigde verankeringslengte wordt nu:

$$L_{b,reqd} = \frac{1}{4} \varphi_n \cdot \frac{\Delta\sigma_s}{f_{bd}}$$

waarin:

$$f_{bd} = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd} = 2,25 \frac{(132 - \varphi_n)}{100} \cdot \frac{0,70 \cdot 2,12 \ln \left( 1 + \frac{f_{ck} + 8}{10} \right)}{\gamma_c}$$

$$f_{t,s} = 3,49 \text{ N/mm}^2$$

waarin:

$$\varphi_n = \varphi \sqrt{n_b} \leq 55 \text{ mm}$$

Zodat volgt:

$$L_{b,reqd} = \frac{1}{4} \varphi_n \frac{\Delta\sigma_s}{f_{bd}} = \frac{1}{4} \cdot 55 \cdot \frac{186,1}{3,49} = 733 \text{ mm} < 755 \text{ mm}$$

Berekening uitgaande van beschikbare verankeringslengte

De gegeven berekeningsprocedure kan ook in omgekeerde richting worden gevolgd. De benodigde verankeringslengte in de vloerstrook kan namelijk ook worden beïnvloed door wijziging van de wapeningsverhouding in de onderliggende penant. Het eerder bepaalde weerstands-aandeel van het beton van  $N_{c,Rd} = 4955 \text{ kN}$  is immers bepaald bij een aanwezige wapening van  $6\text{Ø}12$  v/a. De wapeningsverhouding in de onderliggende penant kan dus ook worden bepaald bij het gelijk houden van de betonsterkteklasse van de vloerstrook. De over te dragen staalspanning uit de bundel  $3\text{Ø}40$  is dan lager en wordt bepaald door de maximaal beschikbare verankeringslengte. In dit geval de dikte van de vloerstrook van  $755 \text{ mm}$ . Omdat minder belasting vanuit de wapeningsbundels  $2 \times 3\text{Ø}40$  wordt overgedragen op het beton, is het betonaandeel van de ondergelegen penant in de opname van de totale axiale drukkracht kleiner en dus het wapenings-aandeel groter. De consequentie hiervan is dat een groter aandeel van de belasting in de wapeningsbundels direct door middel van een overlap op de wapening in de penant moet worden overgedragen. Omdat in de berekening van de overlap-lengte volgens NEN-EN 1992-1-1 artikel 8.7.3 een factor  $\alpha_6 = 1,5$  in rekening moet worden gebracht, levert dit uiteindelijk geen maakbaar constructiedetail op.

Bij de overgang van een relatief geringe gemeenschappelijke doorsnede naar een grotere doorsnede van bijvoorbeeld een ondergelegen penant, onderbroken door een vloerstrook, loont het dus de wapeningsverhouding in de penant zo laag mogelijk te houden. Daarom is gekozen voor het plaatselijk verhogen van de betonsterkteklasse van de vloerstrook.



9

Verskil met NEN 6720

Het verschil met de inmiddels vervallen NEN 6720 is wel opvallend. Volgens NEN 6720 zou de verankeringslengte als volgt zijn bepaald:

$$\frac{c}{\varphi_k} = \frac{45}{40} \approx 1 \xrightarrow{B65} l_{vo} = 25\varphi_k = 1000 \text{ mm}$$

Bij een bundel van 3 staven  $\text{Ø}40$  geldt:

$$l_v = 1,6 l_{vo} = 1600 \text{ mm}$$

Dan volgt ten gevolge van de gereduceerde staalspanning:

$$l_{vr} = \frac{\sigma_{sd}}{f_s} \cdot l_v = \frac{186,1}{435} \cdot 1600 = 685 \text{ mm}$$

En voor een drukstaaf:

$$l_{vr} = 0,7 l_{vr} = 480 \text{ mm}$$

Inleiding in penant

Vanuit de wapeningsbundels  $2 \times 3\text{Ø}40$  moet nu nog een belasting van  $98 \text{ kN}$  worden overgedragen op de wapening in de penant, rekening houdend met de maximale afstand tussen het hart van de wapeningsbundels en de meest aan de buitenzijde gelegen wapeningsstaven in de penant. Deze afstand bedraagt  $446 \text{ mm}$ . De resterende belasting van  $98 \text{ kN}$  is dermate klein en dus de staalspanning dermate laag, dat de minimumoverlap-lengte maatgevend is.

Uitgaande van de meest aan de buitenzijde van de penant gelegen wapeningsstaven geldt voor de maatgevende minimumoverlappingslengte:

$$L_{0,\min} = 15\varphi_n + 446 = 1271 \text{ mm}$$

Hoewel de over te dragen belasting relatief laag is en niet voor alle staven een afstand van 446 mm in rekening hoeft te worden gebracht, is met name vanwege het hoogteverschil in de vloerstrook ervoor gekozen de beide wapeningsbundels 3Ø40 tot in de penant door te zetten. Om uitvoeringstechnische redenen moeten de wapeningsbundels dan tot op de ondergelegen vloer worden geplaatst.

Volgens NEN 6720 zou de overlappingslengte identiek zijn aan de verankeringslengte, dat wil zeggen 480 mm! Een nogal in het oog springend verschil.

### Inleiding in wapeningsbundels van bovengelegen wand

De maximaal over te dragen belasting uit de bovengelegen wand op de maximaal belaste wapeningsbundel bedraagt 829,4 kN. Voor de staalspanning en bijbehorende verankeringslengte volgt dan:

$$\sigma_s = \frac{829,4 \cdot 10^3}{3770} = 220 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{bd} = 2,25\eta_1\eta_2f_{ctd} = 2,25 \cdot \frac{(132 - \varphi_n)}{100} \cdot \frac{f_{ctk,0.05}}{\gamma_c} = 2,25 \cdot \frac{(132 - 55)}{100} \cdot \frac{2,7}{1,5} = 3,12 \text{ N/mm}^2$$

$$L_{b,\text{reqd}} = \frac{1}{4}\varphi_n \cdot \frac{\sigma_s}{f_{bd}} = \frac{1}{4} \cdot 55 \cdot \frac{220}{3,12} = 970 \text{ mm}$$

De totaal benodigde staaflengte van de wapeningsbundel 3Ø40 bedraagt hiermee 970 + 755 + 1271 = 2996 mm. Dit betreft de minimaal benodigde lengte.

Een dergelijke wapeningsbundel weegt 88,7 kg en kan daarmee niet als bundel handmatig worden aangebracht. Per staaf bedraagt het gewicht 29,6 kg. De bundels zijn er dan ook met een kraan ingehangen. De lengte van de bundels is zodanig gekozen dat de onderzijde hiervan op de lager gelegen verdiepingsvloer kon rusten.

### Kennis en flexibiliteit

In appartementengebouwen als 'Toor' worden in de onderbouw grote kolomvrije ruimten gevraagd en worden de mogelijke kolomposities bepaald door de indeling van de parkeer-

plaatsen. Van de constructeur wordt bij het ontwerp dus de nodige kennis en flexibiliteit geëist. Enerzijds door voorwaarden vanuit financieel en commercieel perspectief, anderzijds door normtechnische voorwaarden. Overgangen tussen de verschillende bouwlagen vragen daarom tot op detailniveau al tijdens het ontwerp veel aandacht. Een ontwerp gevangen tussen voorwaarden. ☒

#### PROJECTGEGEVENS

**project** Appartementengebouw Toor

**opdrachtgever** Argentum Vastgoed

**architect** INBO

**hoofdconstructeur** Geelhoed Engineering

**aannemer** Ballast Nedam / Heddes Bouw

**ontwerp** 2012 – 2014

**start bouw** juli 2015

**opleverdatum** medio 2017

#### LITERATUUR

- 1 Snijder, H.H., Steenbergen, H.M.G.M., Krachtswerking, Grondslagen voor het berekenen en toetsen van staalconstructies voor gebouwen volgens Eurocode 0, 1 en 3. *Bouwen met Staal*, 2012.
- 2 Chambaud, R., Théorie élasto-plastique de la flexion les poutres en béton armé Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics. Novembre 1949.
- 3 Hognestad, E., Hansen, N.W., McHenry, D., Concrete stress distribution in ultimate strength design. *Journal American Concrete Institute*, Dec. 1955, Proceedings, Vol. 52, pp. 455-479.
- 4 Janney, J.R., Hognestad, E., McHenry, D., Ultimate flexural strength of prestressed and conventionally reinforced beams. *Journal American Concrete Institute*, Vol. 28, No. 6, Feb. 1945, pp. 601-620.
- 5 Prentis, J.M., Analysis of inelastic bending stress in concrete beams. *Journal American Concrete Institute*, Sept. 1956, Proceedings, Vol. 52, pp. 309-317.